

Problème 573 – Puisque « Six-Seven » est répété...

Niveaux : Troisième (accessible en Quatrième)

Chapitres : Puissances, Priorités de calculs, Nombres relatifs

Inédit, publié le 28/01/2026



« Six-Seven » fait partie de ces modes apparues en 2025 sur Tiktok et Instagram sans que l'on ne comprenne très bien pourquoi. Même d'Internet ou mot d'argot qui ne veut pas dire grand-chose, il est répété à tout va pour faire rire une classe ... alors même que l'on pourrait faire bien des choses avec un « 6 » et un « 7 », particulièrement d'un point de vue mathématique !

Dans ce problème justement, puisque certains ou certaines ne peuvent s'empêcher de répéter sans cesse « Six-Seven », on se propose de voir ce que la répétition de ces deux chiffres, écrits dans cet ordre, peut donner en termes de calculs...

On écrit ainsi, à la suite, un certain nombre de « 6 » et de « 7 » alternés de la manière suivante : « 6767676767676767.....67 » sachant qu'il y a un nombre variable de chiffres et que l'on commence forcément par le chiffre 6 et que l'on finit avec le chiffre 7.

On décide alors d'insérer entre ces chiffres (ou même avant le premier « 6 ») des signes opératoires (« + », « - », « x », « ÷ » et les parenthèses), en sachant que l'on s'autorise à insérer entre deux chiffres consécutifs autant de signes que souhaités. On regarde alors le résultat du calcul obtenu avec ces signes opératoires. Par exemple, on peut changer 6767 en $(-67 + 6) \times 7$ et voir que le résultat donne -427.

- 1) a) Insérer dans la suite de chiffres 6767 des signes opératoires pour que résultat du calcul soit égal à 0.
- b) Insérer à nouveau des signes pour que le résultat du calcul soit égal à 1.
- c) Insérer à nouveau des signes pour que le résultat du calcul soit égal à -1.

2) Répéter les trois questions de la question 1) avec la suite de chiffres 676767.

3) Montrer que, quelle que soit la longueur de la suite de chiffres 6767..... 67 écrite, il est toujours possible d'insérer des signes opératoires de telle façon à ce que le résultat du calcul soit 0, 1, ou -1.

Indice : on pourra séparer le cas où il y a un nombre pair de « 6 » et de « 7 » et le cas où il y a un nombre impair.

4) On considère la suite de chiffres 676767.....67 avec 67 chiffres « 6 » alternés avec 67 chiffres « 7 ». On insère entre chaque 6 et 7 le signe opératoire « x ».

Exprimer le résultat du calcul obtenu sous la forme a^b avec a et b deux entiers à déterminer.

5) Lucas, un collégien qui répète très souvent « Six-Seven », écrit une série alternée de « 6 » et de « 7 » (avec strictement plus d'un « 6 » et d'un « 7 ») . Il insère ensuite des signes opératoires, sans parenthèses, fait le calcul et obtient ... 67.

a) Combien au minimum Lucas a-t-il pu écrire de « 6 » et de « 7 » ? Écrire dans ce cas le calcul effectué.

b) Y a-t-il un nombre maximum de « 6 » et de « 7 » qu'il pourrait écrire pour obtenir ce résultat ? Justifier la réponse.